Chapitre 3 : Propriété de Pythagore.

Je vais apprendre à:
- Dans un triangle rectangle dont on connaît la longueur de deux côtés, calculer la longueur du troisième (socle 8)
- Démontrer qu'un triangle est rectangle (donc que deux droites sont perpendiculaires)(socle 7)
- Résoudre des problèmes qui utilisent le théorème de Pythagore (socle 7)

I. Carré d'un nombre, touche $\sqrt{\ldots}$ de la calculatrice .

Def 1 : Le carré d'un nombre est le produit de ce nombre par lui-même. On note : $a^2 = a \times a$.

Par exemple , $AB^2 = AB \times AB$.
$5^2 = 5 \times 5$.

Si on connaît a^2 et que l'on veut calculer a, on utilise la touche $\sqrt{\ldots}$ de la calculatrice.
Par exemple, pour trouver le nombre dont le carré est 36, on tape selon les calculatrices

$$\begin{cases} 36\sqrt{.} -> 6 \\ \sqrt{.}36 -> 6 \end{cases}$$

Vérification : $6 \times 6 = 36$.

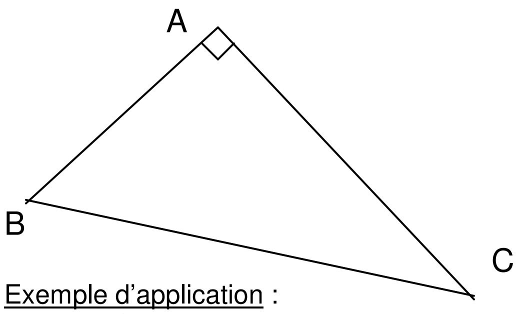
On écrit : $\sqrt{36} = 6$.

II. Propriété de Pythagore.

Propriété de Pythagore :
Le triangle rectangle est caractérisé par l'égalité $h^2 = a^2 + b^2$, où h est la longueur du plus grand côté*, et a et b celles des deux autres côtés.

*Dans le cas où le triangle est rectangle, le plus grand côté s'appelle l'hypoténuse.

A. Pour calculer la longueur d'un côté du triangle.



Exemple d'application :
Dans ABC rectangle en A, on sait que AB = 3cm, BC = 5cm, calculer AC.
ABC est rectangle en A, donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
On remplace les distances que l'on connaît par leurs valeurs, on obtient : $5^2 = 3^2 + AC^2$.
On calcule les carrés, il vient : $25 = 9 + AC^2$.
Donc $AC^2 = 25 - 9$,
c'est-à-dire $AC^2 = 16$.
Donc $AC^2 = 16$;
attention, on a trouvé AC^2, mais pas AC .
Pour trouver AC, on tape à la calculatrice : 16 $\sqrt{\ldots}$, on obtient 4 (en effet, $4 \times 4 = 16$).
Donc AC = 4cm.

On rédigera :
On sait que le triangle ABC est rectangle en A, AB = 3cm, BC = 5cm.
Donc, d'après la propriété de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Il vient :
$5^2 = 3^2 + AC^2$
$25 = 9 + AC^2$

$AC^2 = 25 - 9$
$AC^2 = 16$
$AC = 4$ *Attention à ne pas oublier cette étape !*
Donc AC = 4cm.

Remarque 1:
Attention, si le triangle ABC est rectangle en B par exemple, l'égalité devient : $AC^2=AB^2+BC^2$ (il faut changer la place des lettres : faire un dessin au brouillon pour s'y retrouver, et se repérer au plus grand côté).
Si le triangle s'appelle XYZ et est rectangle en Z, l'égalité devient : $XY^2=XZ^2+ZY^2$.

Remarque 2 : Si le résultat donné par la calculatrice ne tombe pas « pile », on donnera une valeur approchée au centième (deux chiffres après la virgule). Exemple : $\pi \approx 3{,}14$ (écrire $\pi \neq 3{,}14$ est faux).

B. Pour démontrer qu'un triangle est rectangle.

On calculera séparément le carré de la longueur du plus grand côté, et la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ; si l'on trouve le même résultat, la propriété de Pythagore affirme que le triangle est rectangle.

Exemple d'application :
Le triangle ABC de côtés AB = 5,6, AC = 3,3 et BC = 6,5 est-il rectangle ?

On rédigera :
On sait que [BC] est le plus grand côté et BC = 6,5 et AB = 5,6 et AC = 3,3.
On calcule séparément : $AB^2 + AC^2 = 5{,}6^2 + 3{,}3^2$
$= 31{,}36 + 10{,}89$
$= 42{,}25$
et : $BC^2 = 6{,}5^2 = 42{,}25$,
Finalement, $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
Donc, d'après la propriété de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

C. Pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

On calculera séparément le carré de la longueur du plus grand côté, et la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés ; si l'on trouve des résultats différents, la propriété de Pythagore affirme que le triangle n'est pas rectangle.